

Základy fyziky (1) – Cvičenie 2

Cvičenie bolo 5. 10. 2023

Akékoľvek otázky smelo smerujte na
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

Príklad 1 (■). Teleso hodíme nahor rýchlosťou v_0 . Pohybuje sa v homogénnom gravitačnom poli bez odporu vzduchu. Akú časť celkového času strávi teleso v hornej tretine svojho pohybu?

Príklad 2 (■). Teleso vrhneme v odporovom prostredí a v homogénnom gravitačnom poli kolmo nahor. Odporová sila je úmerná rýchlosti.

- Nájdite polohu telesa ako funkciu času. Nájdite maximálnu výšku a čas, ktorý teleso strávi vo vzduchu.
- Porovnajte tieto výsledky s prípadom nulového odporu. Ukážte, že v limite $\kappa \rightarrow 0$ dostaneme to isté a nájdite opravu prvého rádu. Overtete jej znamienko.
- V prípade, že dovoľíte telesu pohybovať sa aj pod úrovňou zeme, nájdite rýchlosť po dlhom čase. Prečo tento výsledok nie je ani trochu prekvapujúci.

Príklad 3 (HW). Teleso vrhneme nahor rýchlosťou v_0 v konštantnom gravitačnom poli s tiažovým zrýchlením $-g$. Na teleso pôsobí odporová sila úmerná štvorcu jeho rýchlosti. Budeme vyšetrovať jeho pohyb:

- Dobré si premyslite znamienko v pohybovej rovnici

$$m\ddot{x} = -mg - \gamma v^2.$$

Z tejto pohybovej rovnice nájdite časový priebeh rýchlosti. Do ktorého času bude táto rovnica popisovať náš problém?

- Integrovaním predchádzajúceho výsledku nájdite časový priebeh výšky telesa. Do akej najvyššej výšky sa teleso dostane? Ako sa tento výsledok správa pre malé γ ?

Príklad 4 (HW). Dokončenie predchádzajúceho príkladu.

- Napíšte pohybovú rovnicu pre pohyb smerom nadol a vyriešte ju podobným postupom ako v predchádzajúcej časti. V akom čase teleso dopadne? Akou rýchlosťou dopadne?
- Overtete, že v oboch prípadoch má teleso v najvyššom bode zrýchlenie $-g$.
- Nakreslite graf funkcie $v(t)$ pre celý pohyb. Porovnajte ho s grafom pre pohyb bez odporu vzduchu.

Príklad 5 (■). Ako vyzerá potenciál pre homogénne gravitačné pole, tj. pre silu ktorá ma v každom mieste veľkosť $F(x) = -mg$?

Príklad 6. Ako vyzerá potenciál pre matematické kyvadlo, tj. pre teleso viazané na kružnicu polomeru l v gravitačnom poli?

Príklad 7 (HW). Na teleso hmotnosti m v jednom rozmere, ktoré sa nachádza v oblasti $x > 0$, pôsobí sila

$$F = -G \frac{mM}{x^2} .$$

Nájdite potenciál, v ktorom sa teleso pohybuje.

Ide o gravitačnú silu. Ukážte že pre malé vzdialenosti h od zemského povrchu je zákon $V(h) = mgh$ dôsledkom Newtonovho gravitačného zákona. Identifikujte g ako funkciu G, M, R . Nájdite ďalšiu opravu k tomuto zákonu. V akej výške začne byť podstatná?

Príklad 8. Nájdite čas, za ktorý z veľkej výšky H dopadne teleso vo gravitačnom poli planéty hmotnosti M a polomeru R .

Príklad 9. Vyšetrite pohyb v jednorozmernom potenciáli¹

$$V(x) = Ax(x^2 - 12) \blacksquare \tag{1}$$

$$V(x) = V_0 [(x/R)^4 - 4(x/R)^3 - 2(x/R)^2 + 12(x/R) - 5] \blacksquare , \tag{2}$$

$$V(x) = \frac{a}{x^6} - \frac{b}{x} \quad x > 0 , \tag{3}$$

$$V(x) = V_0 \frac{x}{R} e^{-x^2/R^2} . \text{ HW} \tag{4}$$

To znamená

- Nájdite rovnovážne polohy a vyšetrite ich stabilitu.
- Pre stabilné rovnovážne polohy nájdite frekvenciu malých kmitov okolo tejto polohy.
- Kvalitatívne charakterizujte možné pohyby pre rôzne hodnoty počiatočnej polohy x_0 v prípade $v(0) = 0$ a načrtnite fázový portrét pre pohyb v tomto potenciáli.

Príklad 10. Ukážte, že v potenciáli $V(x) = Ax(x^2 - 12)$ je čas, za ktorý prejde teleso s nulovou počiatočnou rýchlosťou z bodu $x = 4$ do bodu $x = -2$ nekonečný.

Na domácu úlohu si z príkladov označených HW vyberte dva a vyriešte ich. Zvyšné sú potom ako bonus.

¹Ako cvičenie tiež určite rozmer všetkých vystupujúcich konštánt.