

# Základy fyziky (1) - Cvičenie 8

Akékolvek otázky smelo smerujte na  
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

Cvičenie bolo 16.11.2023

---

**Príklad 1.** Ukážte, že funkcia  $f(x - vt)$  spĺňa vlnovú rovnicu

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} .$$

Rozmyslite si, ako by sa tento jednorozmerný prípad zovšeobecnil do troch rozmerov.

**Príklad 2.** Ukážte, že funkcia  $f(x - vt)$  spĺňa okrem vlnovej aj transportnú rovnicu

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = 0 .$$

V čom je najväčší rozdiel medzi týmito dvomi rovnicami a čo to znamená napríklad pre existenciu riešení v tvare stojatých vln?

**Príklad 3.** Ako vyzerá najvšeobecnejšie možné riešenie pohybu daného vlnovou rovnicou na úsečke, ktorej konce sú voľné.

**Návod.** Výsledná sila na telieska s poradovým číslom  $n = 0$  a  $n = N$  musí byť nulová (inak by pri  $m \rightarrow 0$  mali nekonečné zrýchlenie). To ale znamená, že  $x_0 = x_1$  a  $x_{N-1} = x_N$ . Čo to znamená pre funkciu  $\xi(y, t)$ ?

**Príklad 4.** Nájdite pohybovú rovnicu pre priečne kmity retiazky telies na pružinkách v spojitnej limite.

---

**Domáca úloha.** Vypočítajte jeden z príkladov, druhý je potom ako bonus. Tretí príklad ako bonus by default.

**Príklad 5.** Ukážte, že funkcie tvaru

$$\xi(x, t) = A e^{i(\vec{p} \cdot \vec{x} \pm \omega t)}$$

sú riešeniami trojrozmernej vlnovej rovnice. V akom vzťahu musí byť  $\vec{p}$  a  $\omega$  aby to bola pravda? Hovorí sa im rovinné vlny, skúste si rozmysliť prečo.

**Príklad 6.** Ukážte, že súčet vhodných rovinných vln vedie na riešenie vlnovej rovnice v tvare

$$\cos(\omega t) \sin\left(\frac{\omega}{v} x\right) .$$

**Príklad 7.** Pozrite si videá Čo má spoločné gitara a mikrovlnka a Čo má spoločné čokoláda v mikrovlnke a rýchlosť svetla a na základen nich zmerajte rýchlosť svetla pomocou čokolády<sup>1</sup> v mikrovlnke.

---

<sup>1</sup>Použiť sa dá nastrúhaný syr, maslo alebo čokoľkvek iné čo veľmi rýchlo a vehementne reaguje na zvýšenie teploty.

# Základy fyziky (1) - Cvičenie 8

Akékolvek otázky smelo smerujte na  
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

Cvičenie bolo 16.11.2023

---

**Príklad 1.** Ukážte, že funkcia  $f(x - vt)$  spĺňa vlnovú rovnicu

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} .$$

Rozmyslite si, ako by sa tento jednorozmerný prípad zovšeobecnil do troch rozmerov.

**Príklad 2.** Ukážte, že funkcia  $f(x - vt)$  spĺňa okrem vlnovej aj transportnú rovnicu

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = 0 .$$

V čom je najväčší rozdiel medzi týmito dvomi rovnicami a čo to znamená napríklad pre existenciu riešení v tvare stojatých vln?

**Príklad 3.** Ako vyzerá najvšeobecnejšie možné riešenie pohybu daného vlnovou rovnicou na úsečke, ktorej konce sú voľné.

**Návod.** Výsledná sila na telieska s poradovým číslom  $n = 0$  a  $n = N$  musí byť nulová (inak by pri  $m \rightarrow 0$  mali nekonečné zrýchlenie). To ale znamená, že  $x_0 = x_1$  a  $x_{N-1} = x_N$ . Čo to znamená pre funkciu  $\xi(y, t)$ ?

**Príklad 4.** Nájdite pohybovú rovnicu pre priečne kmity retiazky telies na pružinkách v spojitnej limite.

---

**Domáca úloha.** Vypočítajte jeden z príkladov, druhý je potom ako bonus. Tretí príklad ako bonus by default.

**Príklad 5.** Ukážte, že funkcie tvaru

$$\xi(x, t) = A e^{i(\vec{p} \cdot \vec{x} \pm \omega t)}$$

sú riešeniami trojrozmernej vlnovej rovnice. V akom vzťahu musí byť  $\vec{p}$  a  $\omega$  aby to bola pravda? Hovorí sa im rovinné vlny, skúste si rozmysliť prečo.

**Príklad 6.** Ukážte, že súčet vhodných rovinných vln vedie na riešenie vlnovej rovnice v tvare

$$\cos(\omega t) \sin\left(\frac{\omega}{v} x\right) .$$

**Príklad 7.** Pozrite si videá Čo má spoločné gitara a mikrovlnka a Čo má spoločné čokoláda v mikrovlnke a rýchlosť svetla a na základen nich zmerajte rýchlosť svetla pomocou čokolády<sup>2</sup> v mikrovlnke.

---

<sup>2</sup>Použiť sa dá nastrúhaný syr, maslo alebo čokoľkvek iné čo veľmi rýchlo a vehementne reaguje na zvýšenie teploty.