

Základy fyziky (2)

Cvičenie 4

Akékolvek otázky smelo smerujte na
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

Cvičenie bolo 12. 3. 2023

Príklad 1 (Newtonovo vedro revisited). Rozmyslite si, že prúdenie vody $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{x}$ s $\omega = (0, 0, \omega)$ zodpovedá rovnomernému otáčaniu okolo osi z . Dosadte takúto \vec{v} do Eulerovej rovnice a ukážte, zodpovedá rozdeleniu tlaku

$$p = p_0 + \frac{1}{2}\rho_0\omega^2(x^2 + y^2) - \rho_0gz .$$

Hladina vody sa teda nachádza v miestach $z = \frac{\omega^2}{2g}r^2$. Dostali sme tak už raz vypočítaný rotačný paraboloid.

Príklad 2. Za akých podmienok nasledujúce rozdelenia rýchlosti spĺňajú rovnicu kontinuity a pre aké rozdelenia tlaku sú riešením Eulerovej rovnice

$$\begin{aligned} v_x &= ax + by \quad , \quad v_y = cx + dy \quad , \quad v_z = 0 \\ v_x &= 2cxy \quad , \quad v_y = c(a^2 + x^2 - y^2) \quad \leftarrow \text{HW} \end{aligned}$$

Príklad 3. Ukážte, že platí

$$(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} = (\vec{\nabla} \times \vec{v}) \times \vec{v} + \frac{1}{2}\vec{\nabla}(\vec{v} \cdot \vec{v}) .$$

Príklad 4 (\leftarrow HW). Majme bezviskóznú stalčiteľnú kvapalinu.

- Rozmyslite si, že situácia konštantného poľa rýchlosti, konštantného tlaku a konštantnej hustoty je riešením Eulerovej rovnice a rovnice kontinuity.
- Dosadte do týchto rovníc ansatz v tvare malej poruchy okolo tohto konštantného riešenia, linearizujte a ukážte, že dostaneme rovnicu v tvare¹

$$\frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial t^2} = \Delta \tilde{p} .$$

- Predpokladajme nejakú závislosť medzi hustotou a tlakom $\rho = \rho(p)$. Ukážte, že z tejto závislosti dostaneme vlnovú rovnicu pre tlak. Aká je rýchlosť šírenia tlakových vln?

¹Tildované veličiny označujú odchýlku od konštantného riešenia.