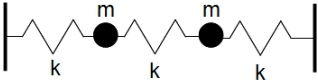


Základy fyziky (1) – Cvičenie 7

Cvičenie bolo 4. 11. 2025

Akokoľvek otázky smelo smerujte na
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

Príklad 1 (■). Rozmyslite si, že problém dvoch telies na troch pružinkách vyzerá v reči matíc nasledovne



$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} = -\omega_0^2 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}.$$

Nájdite vlastné čísla a vlastné vektory tejto matice a napíšte všeobecné riešenie pre pohyb tejto sústavy.

Príklad 2 (■). V situácii z predchádzajúceho príkladu, tj. pre dve telesá na troch pružinách, nájdite explicitne riešenie pre počiatočné podmienky

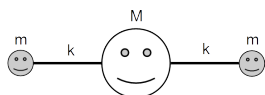
$$x_1(0) = -x_0, \quad x_2(0) = \dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0.$$

Príklad 3 (■). Nájdite pohyb ťažiska sústavy z prechádzajúceho príkladu v oboch módoch pohybu. Rozmyslite si, že v oboch prípadoch platí

$$\text{súčet hmotností} \times \text{zrýchlenie ťažiska} \quad (1)$$

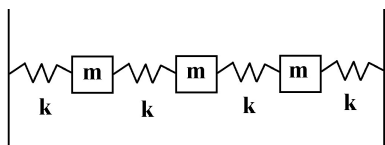
$$= \text{súčet (vonkajších) síl}. \quad (2)$$

Príklad 4. Urobte podobnú analýzu pohybu ako v prechádzajúcich troch príkladoch pre sústavu na obrázku.



Ide o model trojatomovej molekuly.

Príklad 5 (HW). Majme tri rovnaké telesá hmotnosti m , spojené pružinkami s rovnakou tuhosťou do lineárnej retiazky a na krajoch upevnené na fixovanú stenu.



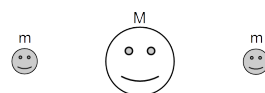
Na domácu úlohu je jeden z príkladov označených HW, druhý potom ako bonus.

- Napíšte pohybové rovnice pre výchylku z rovnovážnej polohy každého telesa.
- Napíšte tieto rovnice v maticovom tvare a nájdite frekvencie jednotlivých módov. Nájdite zodpovedajúce vlastné vektory a stručne opíšte pohyb, ktorý telesá vykonávajú v tom ktorom móde.
- Ukážte, že v módoch, v ktorých sa mení poloha ťažiska platí rovnica (3).

Príklad 6 (HW). Interakcia dvoch skutočných neutrálnych atómov alebo molekúl je veľmi dobre popísaná Lennard-Jonesovim potenciálom

$$U(r) = 4\epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right].$$

- Rozmyslite si o akú interakciu ide.
- Nájdite rovnovážnu vzdialenosť častíc a efektívnu pružinovú konštantu k , ktorá popisuje malé výchylky z tejto polohy.
- Majme molekulu ako na nasledujúcom obrázku.



Interakcia molekúl m je daná jednou sadou parametrov v LJ potenciály a interakcia molekúl m a M druhou sadou. Nájdite rovnovážnu konfiguráciu tejto sústavy a možné frekvencie malých kmitov okolo tejto polohy.

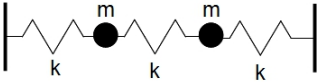
- Nájdite aj zodpovedajúce módy pohybu molekúl a rozmyslite si, ako vyzerajú.

Základy fyziky (1) – Cvičenie 7

Cvičenie bolo 4. 11. 2025

Akokoľvek otázky smelo smerujte na
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

Príklad 1 (■). Rozmyslite si, že problém dvoch telies na troch pružinkách vyzerá v reči matíc nasledovne



$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} = -\omega_0^2 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}.$$

Nájdite vlastné čísla a vlastné vektory tejto matice a napíšte všeobecné riešenie pre pohyb tejto sústavy.

Príklad 2 (■). V situácii z predchádzajúceho príkladu, tj. pre dve telesá na troch pružinách, nájdite explicitne riešenie pre počiatočné podmienky

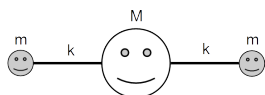
$$x_1(0) = -x_0, \quad x_2(0) = \dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0.$$

Príklad 3 (■). Nájdite pohyb ťažiska sústavy z prechádzajúceho príkladu v oboch módoch pohybu. Rozmyslite si, že v oboch prípadoch platí

$$\text{súčet hmotností} \times \text{zrýchlenie ťažiska} \quad (3)$$

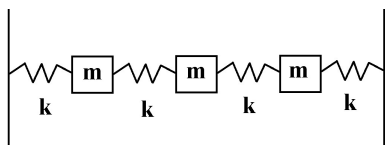
$$= \text{súčet (vonkajších) síl}. \quad (4)$$

Príklad 4. Urobte podobnú analýzu pohybu ako v prechádzajúcich troch príkladoch pre sústavu na obrázku.



Ide o model trojatómovej molekuly.

Príklad 5 (HW). Majme tri rovnaké telesá hmotnosti m , spojené pružinkami s rovnakou tuhosťou do lineárnej retiazky a na krajoch upevnené na fixovanú stenu.



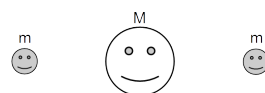
Na domácu úlohu je jeden z príkladov označených HW, druhý potom ako bonus.

- Napíšte pohybové rovnice pre výchylku z rovnovážnej polohy každého telesa.
- Napíšte tieto rovnice v maticovom tvare a nájdite frekvencie jednotlivých módov. Nájdite zodpovedajúce vlastné vektory a stručne opíšte pohyb, ktorý telesá vykonávajú v tom ktorom móde.
- Ukážte, že v módoch, v ktorých sa mení poloha ťažiska platí rovnica (3).

Príklad 6 (HW). Interakcia dvoch skutočných neutrálnych atómov alebo molekúl je veľmi dobre popísaná Lennard-Jonesovým potenciálom

$$U(r) = 4\epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right].$$

- Rozmyslite si o akú interakciu ide.
- Nájdite rovnovážnu vzdialenosť častíc a efektívnu pružinovú konštantu k , ktorá popisuje malé výchylky z tejto polohy.
- Majme molekulu ako na nasledujúcom obrázku.



Interakcia molekúl m je daná jednou sadou parametrov v LJ potenciály a interakcia molekúl m a M druhou sadou. Nájdite rovnovážnu konfiguráciu tejto sústavy a možné frekvencie malých kmitov okolo tejto polohy.

- Nájdite aj zodpovedajúce módy pohybu molekúl a rozmyslite si, ako vyzerajú.