

Základy fyziky (1) - Cvičenie 8

Akkoľvek otázky smelo smerujte na
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

Cvičenie bolo 11.11.2025

Príklad 1. Ukážte, že funkcia $f(x - vt)$ spĺňa vlnovú rovnicu

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} .$$

Rozmyslite si, ako by sa tento jednorozmerný prípad zovšeobecnil do troch rozmerov.

Príklad 2. Ukážte, že funkcia $f(x - vt)$ spĺňa okrem vlnovej aj transportnú rovnicu

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = 0 .$$

V čom je najväčší rozdiel medzi týmito dvomi rovnicami a čo to znamená napríklad pre existenciu riešení v tvare stojatých vln?

Príklad 3. Ako vyzerá najvšeobecnejšie možné riešenie pohybu daného vlnovou rovnicou na úsečke, ktorej konce sú voľné.

Návod. Výsledná sila na telieska s poradovým číslom $n = 0$ a $n = N$ musí byť nulová (inak by pri $m \rightarrow 0$ mali nekonečné zrýchlenie). To ale znamená, že $x_0 = x_1$ a $x_{N-1} = x_N$. Čo to znamená pre funkciu $\xi(y, t)$?

Príklad 4. Nájdite pohybovú rovnicu pre priečne kmity retiazky telies na pružinkách v spojitnej limite.

Domáca úloha. Vypočítajte jeden z príkladov, druhý je potom ako bonus. Tretí príklad ako bonus by default.

Príklad 5. Ukážte, že funkcie tvaru

$$\xi(x, t) = A e^{i(\vec{p} \cdot \vec{x} \pm \omega t)}$$

sú riešeniami trojrozmernej vlnovej rovnice. V akom vzťahu musí byť $\vec{p}$ a ω aby to bola pravda? Hovorí sa im rovinné vlny, skúste si rozmyslieť prečo.

Príklad 6. Ukážte, že súčet vhodných rovinných vln vedie na riešenie vlnovej rovnice v tvare

$$\cos(\omega t) \sin\left(\frac{\omega}{v} x\right) .$$

Príklad 7. Pozrite si videá Čo má spoločné gitara a mikrovlnka a Čo má spoločné čokoláda v mikrovlnke a rýchlosť svetla a na základen nich zmerajte rýchlosť svetla pomocou čokolády¹ v mikrovlnke.

¹Použiť sa dá nastrúhaný syr, maslo alebo čokoľvek iné čo veľmi rýchlo a vehementne reaguje na zvýšenie teploty.

Základy fyziky (1) - Cvičenie 8

Akkoľvek otázky smelo smerujte na
juraj(a)tekel(b)gmail(c)com

Cvičenie bolo 11.11.2025

Príklad 1. Ukážte, že funkcia $f(x - vt)$ spĺňa vlnovú rovnicu

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} .$$

Rozmyslite si, ako by sa tento jednorozmerný prípad zovšeobecnil do troch rozmerov.

Príklad 2. Ukážte, že funkcia $f(x - vt)$ spĺňa okrem vlnovej aj transportnú rovnicu

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = 0 .$$

V čom je najväčší rozdiel medzi týmito dvomi rovnicami a čo to znamená napríklad pre existenciu riešení v tvare stojatých vln?

Príklad 3. Ako vyzerá najvšeobecnejšie možné riešenie pohybu daného vlnovou rovnicou na úsečke, ktorej konce sú voľné.

Návod. Výsledná sila na telieska s poradovým číslom $n = 0$ a $n = N$ musí byť nulová (inak by pri $m \rightarrow 0$ mali nekonečné zrýchlenie). To ale znamená, že $x_0 = x_1$ a $x_{N-1} = x_N$. Čo to znamená pre funkciu $\xi(y, t)$?

Príklad 4. Nájdite pohybovú rovnicu pre priečne kmity retiazky telies na pružinkách v spojitnej limite.

Domáca úloha. Vypočítajte jeden z príkladov, druhý je potom ako bonus. Tretí príklad ako bonus by default.

Príklad 5. Ukážte, že funkcie tvaru

$$\xi(x, t) = A e^{i(\vec{p} \cdot \vec{x} \pm \omega t)}$$

sú riešeniami trojrozmiernej vlnovej rovnice. V akom vzťahu musí byť $\vec{p}$ a ω aby to bola pravda? Hovorí sa im rovinné vlny, skúste si rozmyslieť prečo.

Príklad 6. Ukážte, že súčet vhodných rovinných vln vedie na riešenie vlnovej rovnice v tvare

$$\cos(\omega t) \sin\left(\frac{\omega}{v} x\right) .$$

Príklad 7. Pozrite si videá Čo má spoločné gitara a mikrovlnka a Čo má spoločné čokoláda v mikrovlnke a rýchlosť svetla a na základen nich zmerajte rýchlosť svetla pomocou čokolády² v mikrovlnke.

²Použiť sa dá nastrúhaný syr, maslo alebo čokoľvek iné čo veľmi rýchlo a vehementne reaguje na zvýšenie teploty.