Cvičenie 5A: Enumerácie I

Úlohy na cvičenie

Úloha 1. Automobilka vyrába vozidlá istej značky v štyroch modeloch, dvanástich farbách, troch veľkostiach motora a dvoch rôznych typov prevodovky.

→ a) Koľko rôznych typov áut sa dá vyrobiť?

b) Ak v jednom z modelov, pri dvoch veľkostiach motora používali podvodný softvér, v koľkých vozidlách modrej, striebornej a bielej farby sa musí vykonať kontrola?

→ **Úloha 2.** V istom štáte štátnu poznávaciu značku tvoria 3 písmená a 4 číslice (v tomto poradí). Koľko poznávacích značiek má štát k dispozícii?

Úloha 3. Aký je počet všetkých štvorciferných čísel deliteľných číslom 4, ktoré obsahujú len cifry 1, 2, 3, 4, 5 (no môžu sa opakovať)?

→ **Úloha 4.** Koľko písmen má Morseova abeceda, ktorá používa symboly bodku a čiarku v jedno- až štvormiestnych skupinách, pričom každý symbol sa môže opakovať?

→ **Úloha 5.** Koľko existuje dvojciferných čísel zložených z cifier 1, 3, 5, 7, 9, ktoré obsahujú rôzne cifry?

→ **Úloha 6.** O telefónnom čísle priateľa vieme, že je 6-miestne, neopakujú sa v ňom žiadne cifry, začína cifrou 7 a je deliteľné číslom 25. Koľko telefónnych čísel pripadá do úvahy?

→ **Úloha 7.** S pripomienkami k zákonu chce v parlamente vystúpiť 6 poslancov A, B, C, D, E, F.

a) Koľko je možných poradí vystúpení?

b) Koľko je poradí, v ktorých vystupuje A ihneď po E?

c) Koľko je poradí, v ktorých vystupuje A po E?

Úloha 8. Výbor matematického klubu tvorí 6 mužov a 4 ženy.

a) Koľkými spôsobmi možno vybrať predsedu, podpredsedu, tajomníka a pokladníka? (Každú z týchto funkcií musí zastávať iný človek.)

b) Koľkými spôsobmi možno vybrať predsedu, podpredsedu, tajomníka a pokladníka tak, aby predsedom bola žena a podpredsedom muž?

c) Koľkými spôsobmi možno vybrať predsedu, podpredsedu, tajomníka a pokladníka tak, aby práve jeden z nich bola žena?

→ **Úloha 9.** Koľko existuje slov zložených z 5 písmen anglickej abecedy (nie nutne zmysluplných), ktoré obsahujú aspoň jedno písmeno a?

Ľahké úlohy na precvičenie

Úlohy z tejto sekcie sú ľahké. Po prerátaní cvík by vám nemali robiť problémy. No ak potrebujete si preriešiť ďalšie ľahké úlohy, tu ich máte dosť.

Úloha 10. Najnovší model lopaty vyrábajú v šiestich výkonnostných a v troch energetických kategóriách, pričom ku každej z výkonnostných kategórií je k dispozícii každá z energetických kategórií. Koľko variantov je na trhu celkovo?

Úloha 11. Medveď sa ráno zdržuje pri salaši S_1, na obed pri salaši S_2 a večer pri salaši S_3. Na salaši S_1 majú tridsať oviec, na salaši S_2 sto oviec a na salaši S_3 päťdesiat oviec (všetky ovce sú rozlíšiteľné). Medveď si chce dať na raňajky, obed aj večeru práve jednu ovcu. Koľko rôznych jedálničkov má k dispozícii?

Úloha 12. Nájdite počet všetkých štvorciferných čísel.

Úloha 13. Nájdite počet všetkých čísel, ktoré majú aspoň tri cifry a najviac päť cifier.

Úloha 14. Nájdite počet všetkých čísel, ktoré majú aspoň tri cifry, najviac päť cifier a rovnaké posledné dve cifry.

Úloha 15. Koľko existuje všetkých postupností dĺžky 5 zložených z písmen $\{a, b, c, d\}$, ktoré začínajú písmenom a alebo b?

Úloha 16. Koľko existuje všetkých postupností dĺžky 5 zložených z písmen $\{a, b, c, d\}$, ktoré sa buď začínajú na a, alebo sa súčasne nezačínajú na a a končia na c?

Úloha 17. Koľko existuje všetkých postupností dĺžky 5 zložených z písmen $\{a, b, c, d\}$, ktoré obsahujú dva po sebe idúce výskyty písmena b a žiaden ďalší výskyt písmena b?

Úloha 18. Nech $X = \{1, \ldots, 100\}$. Koľko je všetkých 20-prvkových postupností prvkov z množiny X?

Úloha 19. Nech $X = \{1, \ldots, 100\}$. Koľko je všetkých 20-prvkových postupností prvkov z množiny X, ktoré začínajú párnym číslom?

Úloha 20. Nech $X = \{1, \ldots, 100\}$. Koľko je všetkých 20-prvkových postupností prvkov z množiny X, ktoré začínajú nepárnym číslom?

Úloha 21. Nech $X = \{1, \ldots, 100\}$. Koľko je všetkých 20-prvkových postupností prvkov z množiny X, ktoré majú všetky prvky rôzne?

Úloha 22. Nech $X = \{1, \ldots, 100\}$. Koľko je všetkých 20-prvkových postupností prvkov z množiny X, ktoré majú všetky prvky rôzne a súčasne začínajú párnym číslom?

Úloha 23. Nech $X = \{1, \ldots, 100\}$. Koľko je všetkých aspoň 97-prvkových postupností prvkov z množiny X, ktoré majú všetky prvky rôzne?

Úloha 24. Nájdite počet kladných deliteľov čísla $3^5 \cdot 5^4 \cdot 7^2 \cdot 11^8$.

Úloha 25. Nájdite počet kladných deliteľov čísla $3^4 \cdot 4^5 \cdot 6^2 \cdot 7^6$.

Úloha 26. Nech $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$. Nájdite počet všetkých n-ciferných čísel deliteľných číslom 5.

Výsledky úloh

1. a) $4 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 2$, b) $2 \cdot 3$

2. $26^3 \cdot 10^4$

3. 125

4. $2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 30$

5. $5 \cdot 4 = 20$

6. $2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 420$

7. a) 6!, b) 5!, c) 6!/2

8. a) $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$, b) $6 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 7$, c) $4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$

9. $26^5 - 25^5$

10. $6 \cdot 3 = 18$

11. $30 \cdot 100 \cdot 50 = 150\,000$

12. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9000$

13. $9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^4 = 99\,900$

14. $9\,990$

15. $2 \cdot 4^4 = 512$

16. $4^4 + 3 \cdot 4^3 = 448$

17. $3^3 + 3^3 + 3^3 + 3^3 = 108$

18. 100^{20}

19. $50 \cdot 100^{19}$

20. $50 \cdot 100^{19}$

21. $100^{\underline{20}}$

22. $50 \cdot 99^{\underline{19}}$

23. $100^{\underline{97}} + 100^{\underline{98}} + 100^{\underline{99}} + 100^{\underline{100}}$

24. $6 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 9 = 810$

25. $13 \cdot 7 \cdot 7$ deliteľov ($3^4 \cdot 4^5 \cdot 6^2 \cdot 7^6 = 2^{12} \cdot 3^6 \cdot 7^6$)

26. $9 \cdot 10^{n-2} \cdot 2$ ($n \geq 2$)