2. sada domácich úloh

Termín odovzdania: **utorok 3. 11. 2026, 23:59**

Pozor! Za túto (a aj každú ďalšiu) sadu domácich úloh je možné získať maximálne 2,5 boda, hoc súčet bodov za jednotlivé úlohy je 5 bodov. Bodovanie je tak nastavené zámerne. Máte tak priestor robiť chyby a učiť sa na nich bez toho, aby ste sa museli obávať straty bodov. Využite teda tento priestor a riešte úlohy poctivo, aby ste z nich vyťažili maximum.

Úloha 1. *(1,5 boda)* Rozhodnite, či je pre ľubovoľné prirodzené čísla $a > b > c > d$ číslo

$$(a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d)$$

deliteľné

a) dvomi,

b) tromi,

c) štyrmi, či

d) piatimi.

Vaše tvrdenia dokážte.

Úloha 2. *(1,5 boda)* Zistite, či pre ľubovoľné množiny A, B, C, D platí

a) $(A \times B) \cup (C \times D) \subseteq (A \cup C) \times (B \cup D)$,

b) $(A \times B) \cup (C \times D) \supseteq (A \cup C) \times (B \cup D)$.

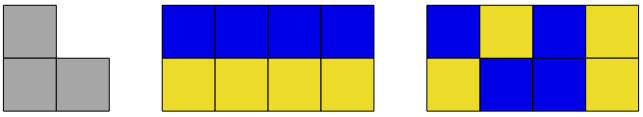
Vaše tvrdenia zdôvodnite **formálne** a iba na základe definícií, teda bez odvolávania sa na známe tvrdenia o množinách alebo karteziánskom súčine.

Úloha 3. *(2 body)* Nájdite a **vypíšte/vykreslite všetky**

a) *(0,5 boda)* čísla väčšie ako 500 a menších ako 3 000, v zápisoch ktorých sa vyskytujú len cifry $2, 3, 4, 7, 8$, každá najviac raz;

b) *(0,5 boda)* šesťciferné čísla zložené z cifier $1, 1, 1, 2, 3, 8$, v ktorých sa nevyskytuje viacero cifier 1 tesne za sebou (napr. 181321 to spĺňa, ale 211813 už nie);

c) *(1 bod)* zafarbenia políčok tabuľky 2×4 žltou a modrou farbou, v ktorých žiadna trojica políčok v tvare L (ľubovoľne otočená) nemá rovnakú farbu (napr. obdĺžnik v strede to spĺňa, ale obdĺžnik napravo nie, pretože obsahuje modré L).



Okrem toho pre každú z podúloh stručne **popíšte systém**, podľa ktorého ste vypisovali možnosti; a prečo tento váš systém naozaj **pokrýva všetky**.