

Cvičenie 4

7.3.2023

Prepočítané príklady

Na cvičení sme rátali príklady I.3.3 b), I.4.1 c), I.4.2 a), I.4.3 a), II.1.1 a), b).

Domáca úloha [5b]

Uviesť aj výpočty, výsledky zreteľne označiť, písať čo najúhládnejšie.

Odvzdať na cvičení 21.3.2023.

Pre elipticky polarizovanú vlnu

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_1 \vec{e}_1 \sin(kz - \omega t) + E_2 \vec{e}_2 \cos(kz - \omega t)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = -B_1 \vec{e}_1 \cos(kz - \omega t) + B_2 \vec{e}_2 \sin(kz - \omega t)$$

nájdite a vo výpočtoch ďalej používajte len nezávislé amplitúdy \vec{E} a \vec{B} v smeroch \vec{e}_1 a \vec{e}_2 (E_1, E_2, B_1, B_2 v zadaní nie sú všetky navzájom nezávislé). Vypočítajte:

1. hustotu energie [0.5b]
2. hustotu toku energie [0.5b]
3. hustotu hybnosti [0.5b]
4. hustotu toku hybnosti [0.5b]
5. hustotu momentu hybnosti [0.5b]
6. hustotu toku momentu hybnosti [0.5b]

Zo zadanej elmag vlny urobte kruhovo polarizovanú a nechajte ju dopadať na dokonale čiernu rovinu xy . Vypočítajte:

1. Koľko energie pohltí jednotka plochy dokonale čiernej roviny za jednotku času? [0.5b]
2. Akým tlakom pôsobí vlna na rovinu? [0.5b]
3. Akým momentom sily je rovina roztáčaná? [0.5b]

Uved'te jeden príklad toho, ako zmeniť zadanie úlohy, aby moment sily vyšiel

- nenulový (v prípade, že vám v bode 3 vyšiel nulový), alebo

- nulový (v prípade, že vám v bode 3 vyšiel nenulový).

Nové zadanie zrozumiteľne popíšte. [0.5b]

Treba si zapamätať

- Gaussova veta:

$$\oint_{\partial V} \vec{u} \cdot d\vec{S} = \int_V \operatorname{div} \vec{u} \, dV$$

- Stokesova veta:

$$\oint_{\partial S} \vec{u} \cdot d\vec{r} = \int_S (\operatorname{rot} \vec{u}) \cdot d\vec{S}$$

- hustota energie: $u = \frac{1}{2}(\epsilon_0 \vec{E}^2 + \mu_0 \vec{H}^2)$
- hustota toku energie = Poyntingov vektor: $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$
- hustota hybnosti: $\vec{g} = \vec{D} \times \vec{B}$
- tenzor hustoty toku hybnosti: $T_{ij} = u\delta_{ij} - E_i D_j - H_i B_j$
- hustota momentu hybnosti: $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{g}$
- tenzor hustoty toku momentu hybnosti: $M_{il} = \epsilon_{ijk} x_j T_{kl}$
- Zákon zachovania energie: $\partial_t u + \operatorname{div} \vec{S} = -\vec{E} \cdot \vec{j}$
- Zákon zachovania hybnosti: $\partial_t \vec{g} + \operatorname{div} \vec{T} = -(\rho \vec{E} + \vec{j} \times \vec{B})$
- Zákon zachovania momentu hybnosti: $\partial_t \vec{l} + \operatorname{div} \vec{M} = -\vec{r} \times (\rho \vec{E} + \vec{j} \times \vec{B})$
- Vzťahy medzi elmag poliami a elmag potenciálmi:

$$\begin{aligned} \vec{B}(\vec{r}, t) &= \operatorname{rot} \vec{A}(\vec{r}, t) \\ \vec{E}(\vec{r}, t) &= -\operatorname{grad} \varphi(\vec{r}, t) - \frac{\partial \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t} \end{aligned} \tag{1}$$

- Kalibračné transformácie:

$$\begin{aligned} \vec{A} &\rightarrow \vec{A} + \operatorname{grad} \varphi \\ \varphi &\rightarrow \varphi - \frac{\partial \Lambda}{\partial t} \end{aligned} \tag{2}$$

- Kalibrácie:

- Lorentzova: $\operatorname{div} \vec{A} + \epsilon\mu \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$
- Coulombova: $\operatorname{div} \vec{A} = 0$