

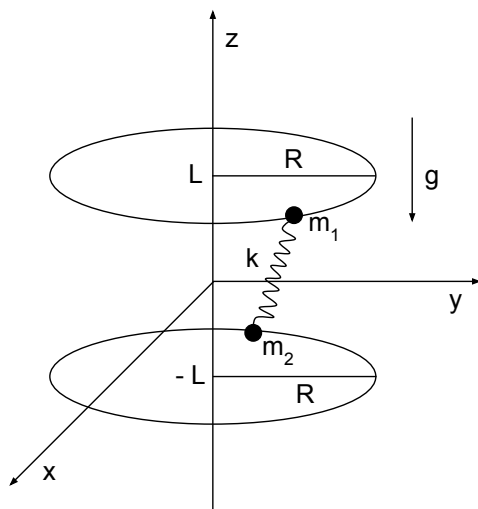
Cvičenie 1

Prepočítané príklady

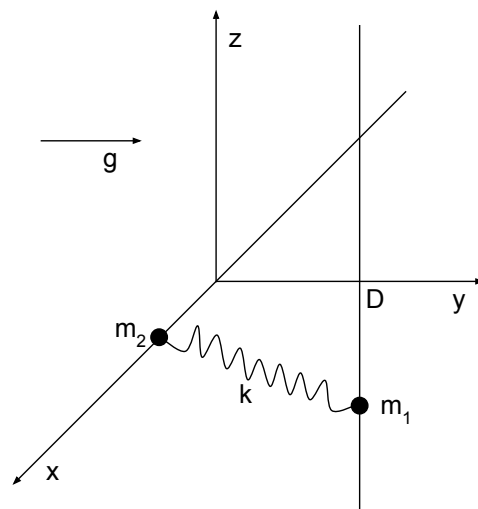
Na cvičení sme rátali príklady na princíp virtuálnych prác (hľadanie rovnovážnej polohy pre dvojné rovinné matematické kyvadlo, kyvadlo s posuvným závesom) a D'Alembertov-Lagrangeov princíp (hmotný bod na zvislej osi pružinou spojený s hmotným bodom na vodorovnej kružnici).

Domáca úloha

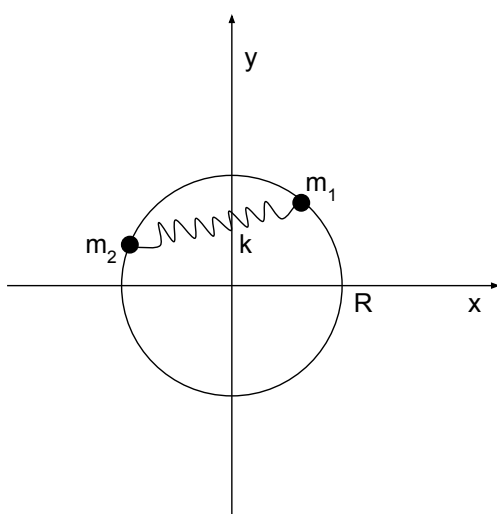
- Príklady zo stránky druhého cvičiaceho,
 - doplňujúce príklady - nájdite väzby, rozmer konfiguračného priestoru, aktívnu silu a nájdite / overte rovnovážne polohy z princípu virtuálnych prác:
1. **Dva hmotné body spojené pružinou (III) (Obr. 1).** Hmotný bod m_1 je viazaný na vodorovnú kružnicu s polomerom R s počiatkom v $z = L$. Hmotný bod m_2 je viazaný na vodorovnú kružnicu s polomerom R s počiatkom v $z = -L$. Hmotné body sú spojené pružinou tuhosti k s nulovou pokojovou dĺžkou. Tiažové zrýchlenie smeruje nadol, v smere zápornej osi z .
 2. **Dva hmotné body spojené pružinou (I) (Obr. 2).** Hmotný bod m_1 je viazaný na vodorovnú os x . Hmotný bod m_2 je viazaný na priamku rovnobežnú so zvislou osou z vysunutú z počiatku do vzdialenosti D v smere osi y . Hmotné body sú spojené pružinou tuhosti k s nulovou pokojovou dĺžkou. Tiažové zrýchlenie smeruje doprava, v smere kladnej osi y .
 3. **Dva hmotné body na kružnici (I) (Obr. 3).** Hmotné body m_1, m_2 sú viazané na vodorovnú kružnicu v rovine xy so stredom v počiatku a polomerom R . Hmotné body sú spojené pružinou tuhosti k s nulovou pokojovou dĺžkou. Tiažové zrýchlenie smeruje kolmo na kružnicu.
 4. **Dva hmotné body na kružnici (II) (Obr. 4).** Zadanie ako v príklade 3, ale tiažové zrýchlenie smeruje v smere zápornej osi y .
 5. **Dva hmotné body spojené pružinou (II) (Obr. 5).** Hmotný bod m_1 je viazaný na kružnicu v rovine yz s polomerom R a so stredom v $z = R$. Hmotný bod m_2 je viazaný na kružnicu v rovine xz s polomerom R a so stredom v počiatku. Hmotné body sú spojené pružinou tuhosti k s nulovou pokojovou dĺžkou. Tiažové zrýchlenie je v smere zápornej osi z .
 6. **Dva hmotné body spojené paličkou (Obr. 6).** Hmotný bod $m_1 = m$ je viazaný na zvislú kružnicu s polomerom R a so stredom v počiatku, umiestnenú v rovine xy . Hmotný bod $m_2 = m$ je viazaný na tú istú kružnicu. Hmotné body sú spojené paličkou dĺžky $2R$. Tiažové zrýchlenie smeruje nadol, v smere zápornej osi y .



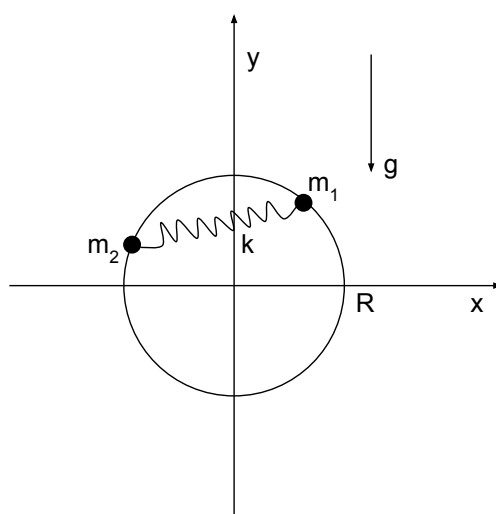
Obr. 1:



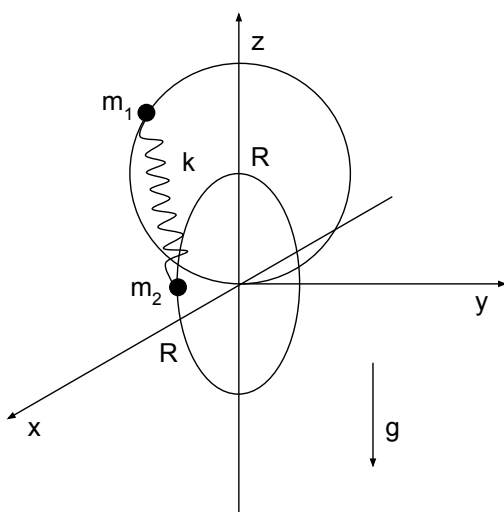
Obr. 2:



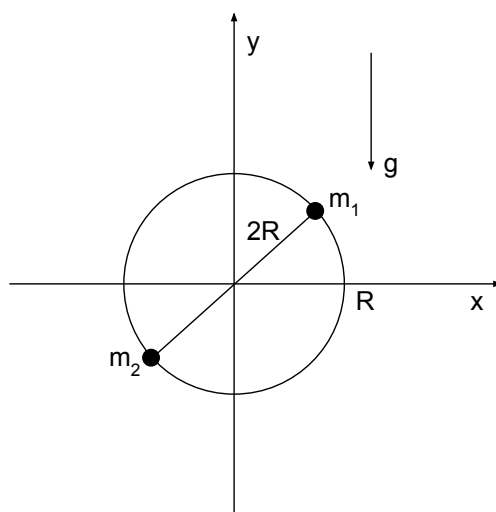
Obr. 3:



Obr. 4:



Obr. 5:



Obr. 6:

Treba si zapamätať

- Životný priestor N hmotných bodov bez väzieb: $\bar{r} \equiv (r_1, r_2, \dots, r_{3N}) \in \mathbb{R}^{3N}$
- Väzby: $\phi_\alpha = 0, \alpha = 1, 2, \dots, k < 3N$
- Konfiguračný priestor: $M = \{\bar{r} \in \mathbb{R}^{3N}; \phi_\alpha(\bar{r}) = 0 \text{ pre } \alpha = 1, 2, \dots, k < 3N\}, \dim M = 3N - k$
- D'Alembertov-Lagrangeov princíp:

$$(\dot{\bar{p}} - \bar{F}^{(a)}) \cdot \delta\bar{r} = 0$$

$$\delta\bar{r} \cdot \bar{\nabla} \phi_\alpha = 0$$

$$\phi_\alpha = 0$$

- Princíp virtuálnych prác:

$$\bar{F}^{(a)} \cdot \delta\bar{r} = 0$$

$$\delta\bar{r} \cdot \bar{\nabla} \phi_\alpha = 0$$

$$\phi_\alpha = 0$$