Cvičenie 2

Písomka

Z princípu virtuálnych prác nájdite/overte rovnovážnu polohu pre rovinné pružinové kyvadlo.

Prepočítané príklady

Na cvičení sme rátali tri príklady na indexy (0.6, 0.9, $\mathrm{div}(\vec{a}.\vec{r})$). Okrem toho sme našli Lagrangeove pohybové rovnice pre rovinné matematické kyvadlo s posuvným hmotným závesom a pre hmotný bod viazaný na kužeľ a spojený pružinou so zvislou osou.

Domáca úloha

- Príklady na Lagrangeove pohybové rovnice zo stránky druhého cvičiaceho - určte rozmer konfiguračného priestoru, zvoľte vhodné zovšeobecnené súradnice a napíšte pohybové rovnice.
- Príklady na indexy.

Treba si zapamätať

- Einsteinova sumačná konvencia: $\sum_i a_i b_i \equiv a_i b_i$
- Každý vektor vieme zapísať ako: $\vec{a} = a_i \vec{e}_i$
- Kroneckerov δ symbol: $\delta_{ij} = \delta_{ji}$, $\delta_{ij} = 1$ pre $i = j$
- Levi-Civitov ϵ symbol: $\epsilon_{ijk} = -\epsilon_{ikj} = -\epsilon_{jik}$, $\epsilon_{123} = 1$
- Skalárny súčin: $\vec{a}.\vec{b} = a_i b_i$
- Vektorový súčin: $\left(\vec{a} \times \vec{b}\right)_i = \epsilon_{ijk} a_j b_k$
- Davis-cupová identita: $\epsilon_{ijk}\epsilon_{ilm} = (\delta_{jl}\delta_{km} - \delta_{jm}\delta_{kl})$
- Kinetická energia: $T(q,\dot{q}) = \sum\limits_i \frac{1}{2} m_i \dot{\vec{r}}_i^2 = \sum\limits_i \frac{1}{2} m_i \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q^a}\dot{q}^a \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q^b}\dot{q}^b$
  Napríklad pre 1 hmotný bod a 2 zovšeobecnené súradnice sa kinetická energia rozpíše ako:
  $T(q^1, q^2, \dot{q}^1, \dot{q}^2) = \frac{1}{2} m (\frac{\partial \vec{r}}{\partial q^1} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^1} \dot{q}^1 \dot{q}^1 + 2 \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^1} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^2} \dot{q}^1 \dot{q}^2 + \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^2} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^2} \dot{q}^2 \dot{q}^2)$
- Lagranžián (pre potenciálové sústavy): $L = L\left(q, \dot{q}, t\right) = T\left(q, \dot{q}\right) - U\left(q\right)$
- Pohybové rovnice (pre potenciálové sústavy): $\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}^a} - \frac{\partial L}{\partial q^a} = 0$