

# Cvičenie 4

## Písomka

Zjednodušte:  $\text{div}(\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{r}))$

## Prepočítané príklady

Na cvičení sme rátali príklady 3a.8, 3b.7, 3b.6 a 4.3 zo zbierky. Okrem toho sme prediskutovali písomku.

## Domáca úloha

- Príklady zo zbierky 3b.1 - 3b.5,
- príklady na väzby závislé od času a príklady zo stránky druhého cvičiaceho.

## Treba si zapamätať

- Kinetická energia:  $T(q, \dot{q}) = \sum_i \frac{1}{2} m_i \dot{r}_i^2 = \sum_i \frac{1}{2} m_i \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q^a} \dot{q}^a \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q^b} \dot{q}^b$

Napríklad pre 1 hmotný bod a 2 zovšeobecnené súradnice sa kinetická energia rozpíše ako:

$$T(q^1, q^2, \dot{q}^1, \dot{q}^2) = \frac{1}{2} m \left( \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^1} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^1} \dot{q}^1 \dot{q}^1 + 2 \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^1} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^2} \dot{q}^1 \dot{q}^2 + \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^2} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^2} \dot{q}^2 \dot{q}^2 \right)$$

- Lagranžian (pre potenciálové sústavy):  $L = L(q, \dot{q}, t) = T(q, \dot{q}) - U(q)$
- Pohybové rovnice (pre potenciálové sústavy):  $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^a} - \frac{\partial L}{\partial q^a} = 0$
- Zákony zachovania:
  - cykličnosť t:  $E = \dot{q}^a \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^a} - L = (\text{pre } L=T-U) = \text{const.}$
  - cykličnosť  $q^a$ :  $p_a = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^a} = \text{const.}$
- zovšeobecnená potenciálna energia:  $U(q, \dot{q}, t)$  také, že  $Q_a = -\frac{\partial U}{\partial q^a} + \frac{d}{dt} \frac{\partial U}{\partial \dot{q}^a}$ . Potom lagranžian stále v tvare  $L = T - U$  a pohybové rovnice stále v tvare  $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^a} - \frac{\partial L}{\partial q^a} = 0$ .
- zovšeobecnená sila s potenciálovou a nepotenciálovou časťou:  $Q_a = \vec{F}^{(a)} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial q^a} = -\frac{\partial U}{\partial q^a} + \tilde{Q}_a$
- nepotenciálová sila  $\tilde{Q}_a$ :
  - pohybové rovnice:  $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^a} - \frac{\partial L}{\partial q^a} = \tilde{Q}_a$
  - cykličnosť t:  $\dot{E} = \tilde{Q}_a \dot{q}^a$