

# Cvičenie 5

## Písomka

Napíšte lagranžián a pohybové rovnice k úlohe: hmotný bod viazaný na priamku v rovine  $xy$ , ktorá (priamka) sa rovnomerne otáča ( $\varphi = \omega t, \omega = const.$ ) okolo osi  $z$ .

## Prepočítané príklady

Na cvičení sme rátali príklad 4.5 zo zbierky a príklad na nájdenie tvaru mydlovej blany natiahnutej medzi dvomi kružnicami pomocou variačného počtu. Okrem toho sme počítali dva príklady na Hamiltonove rovnice (rovinné matematické kyvadlo s posuvným závesom, hmotný bod na vodorovnej kružnici pružinou spojený s hmotným bodom na zvislej priamke prechádzajúcej stredom kružnice).

## Domáca úloha

- Príklad 4.4 zo zbierky a ďalšie príklady na variačný počet zo stránky druhého cvičiaceho,
- prečítať si niečo o Lagrangeových multiplikátoroch,
- príklad 5.1 zo zbierky.

## Treba si zapamätať

- Účinkový integrál vo fyzike:  $S = \int_{t_1}^{t_2} L(q^a, \dot{q}^a, t) dt$
- Prekladový slovník pre variačný počet (hľadanie extrémov funkcionálov):  $t \rightarrow x, q \rightarrow y, \dot{\ } \rightarrow y'$
- Účinkový integrál vo variačnom počte:  $S = \int_{x_A}^{x_B} \mathcal{L}(y, y', x) dx$
- Za každú väzbu  $V = \int_{x_A}^{x_B} g(y, y', x) dx$  pribudne do lagranžiánu člen s Lagrangeovým multiplikátorom:  $\mathcal{L}_\lambda = \mathcal{L} + \lambda g(y, y', x)$
- Eulerove rovnice:  $\frac{d}{dx} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y'} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 0$
- Cykličnosť  $x$ :  $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y'} y' - \mathcal{L} = const.$
- Hamiltonián:  $H(q, p, t) = p_i \dot{q}^i(q, p, t) - L(q, \dot{q}(q, p, t), t) = \frac{1}{2}(p) (T^{-1})(p) + U$
- Zovšeobecnená hybnosť:  $p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^i}$
- Hamiltonove rovnice:

$$\star \dot{q}^i = \frac{\partial H}{\partial p_i}$$

$$\star \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q^i}$$